

МАРШРУТИЗАЦИЯ В ЗАДАЧЕ РАЗВОЗКИ С ПЕРЕСЕЧЕНИЕМ МАРШРУТОВ

Балтийский федеральный университет имени Им. Канта (г. Калининград, РФ)

Рассматривается постановка оптимизационной задачи развозки товаров автотранспортом от поставщиков к потребителям с пересечением маршрутов. Оптимизируются маршруты доставки и распределение грузов по маршрутам.

Ключевые слова: маршрутизация, задача коммивояжера, задача развозки, оптимизация, расход топлива.

Составление оптимальных маршрутов движения грузовых автомобилей, обеспечивающих сокращение непроизводительных пробегов в целом по всему подвижному составу, принято называть маршрутизацией перевозок [2, 6].

Как известно, транспортная сеть может быть представлена в виде графа, состоящего из $N+1$ ($n = 0, 1, 2, \dots, N$) вершин, соединенных между собой известными по длине рёбрами. Рёбра - это кратчайшее расстояние между любой парой вершин $l_{i,j}$ ($i = 0, \dots, N; j = 0, \dots, N; l_{ii} = l_{jj} = 0$) [4]. Таким образом, число рёбер будет равно $(N+1)*(N+1)$. В общем случае $l_{ij} \neq l_{ji}$. То есть, задана матрица, имеющая размер $(N+1)*(N+1)$:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & l_{0-1} & l_{0-2} & \dots & l_{0-n} & \dots & l_{0-N} \\ l_{1-0} & 0 & l_{1-2} & \dots & l_{1-n} & \dots & l_{1-N} \\ l_{2-0} & l_{2-1} & 0 & \dots & l_{2-n} & \dots & l_{2-N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ l_{n-0} & l_{n-1} & l_{n-2} & \dots & 0 & \dots & l_{n-N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ l_{N-0} & l_{N-1} & l_{N-2} & \dots & l_{N-n} & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

В ряде случаев задача маршрутизации сводится к задаче коммивояжера, представляющей класс NP -полных (недетерминированные полиномиальные) по вычислительной сложности задач в теории алгоритмов. [5].

Формально основные условия классической задачи коммивояжера запишутся так [5]: пусть имеется множество вершин $n_0, n_1, n_2, \dots, n_N$, соединённых рёбрами l_{ij} $i, j = 0, \dots, n$. Требуется найти минимальное значение

$$\sum_{i=0}^{n-1} d_{\pi(i), \pi(i+1)} + d_{\pi(n), \pi(1)} \quad (2)$$

среди всех $N! / 2$ перестановок, где $\pi(i)$ – i -я вершина в выбранной перестановке. При этом накладываются условия неотрицательности, симметричности, запрета на петли (3) и удовлетворения неравенству треугольника (4):

$$d_{ij} \geq 0, d_{ij} = d_{ji}, d_{ii} = \infty, i, j = 0, n, \quad (3)$$

$$d_{ij} + d_{jk} \geq d_{ik}, i, j, k = 0, n \mid i \neq j, j \neq k, j \neq k. \quad (4)$$

В обобщенной задаче коммивояжера в качестве целевой функции берётся некоторая величина, являющаяся функцией пройденного пути. Задача состоит в определении гамильтонова цикла, соответствующего минимуму этой величины [1].

В [3, 4] предложена классификация задач маршрутизации в зависимости от соотношения величин суммарного отгружаемого груза Q и грузоподъемности q транспортного средства. Случай $Q \leq q$ соответствует традиционной задаче коммивояжера, а для случая $Q > q$ используется термин «задача развозки». Во втором случае груз доставляется более чем за одну езду, то есть требуется составить маршруты, исходящих от единственного отправителя. Очевидно, с практической точки зрения задача развозки имеет большую ценность, как более отвечающая реальным условиям перевозок партионных грузов.

Общими характеристиками обеих задач является их усложнение при возрастании числа получателей груза N , т.е. увеличение числа возможных решений.

В некоторых случаях груз, доставляемый в отдельные вершины транспортной сети, может превосходить грузоподъемность транспортных средств. В таких случаях представляется целесообразным определять оптимальные маршруты с учетом массы перевозимого груза, с оптимизацией распределения последнего по маршрутам. Поэтому принципиальным моментом

является необходимость зависимости целевой функции от масс перевозимых грузов.

Данная задача является родственной обобщенной задаче коммивояжера. В качестве целевой функции предлагается применять расход топлива.

Так как на практике количество пунктов доставки (вершин) обычно не велико, то задача может быть сформулирована как задача целочисленного программирования, которая решается методом перебора вариантов.

В такой постановке задача коммивояжера является задачей с булевыми переменными, т.е. с переменными которые могут принимать только два значения: 0 или 1.

Определим булевы переменные задачи: $x_{ij} = 1$, если коммивояжер проезжает из вершины i в вершину j , и $x_{ij} = 0$, если коммивояжер не проезжает из вершины i в вершину j .

В классической постановке задача заключается в определении минимума целевой функции

$$L(x) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N l_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (5)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=0}^N x_{ij} = 1, \quad j = \overline{0, n} \quad - \text{только один въезд в вершину } j,$$

$$\sum_{j=0}^N x_{ij} = 1, \quad i = \overline{0, n} \quad - \text{только один выезд из вершины } i.$$

Дополнительно необходимо еще одно условие, а именно условие цикличности:

$$u_i - u_j + (n - 1) x_{ij} \leq n - 2, \quad i \neq j, \quad i, j = 2, \dots, n. \quad (6)$$

Для случая развозки груза K автомобилями (рейсами) ограничения модифицируются следующим образом:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^N x_{ij}^k = K, \quad j = 0 \quad - K \text{ въездов в вершину } j,$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=0}^N x_{ij}^k = K, \quad i = 0 \quad - K \text{ выездов из вершины } i.$$

здесь

$$K = \frac{Q * m}{\sum_{i=1}^m q_i \gamma_i} \quad (7)$$

z_i - коэффициент использования грузоподъемности транспортного средства в i -м рейсе, Q – исходная вершина, m – количество рейсов.

Так как перегруз транспортного средства недопустим, то частное от деления в (7) округляется в большую сторону.

Загрузка транспортного средства на k -м маршруте не должна превышать грузоподъемности транспортного средства:

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N x_{ij}^k g_j^k \leq q_k \quad (8)$$

где g_j^k – груз, доставляемый в пункт j за k -ый рейс.

Объёмы груза на всех маршрутах должны быть равны объему вывоза груза из вершины 0 :

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N x_{ij}^k g_j^k = Q \quad (9)$$

Объёмы завоза груза на всех маршрутах j -му получателю должны равняться его потребностям

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^N x_{ij}^k g_j^k = G_j \quad (10)$$

где G_j – груз, доставляемый j -му получателю.

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N x_{ij}^k = A_j \quad - A_j \text{ въездов в вершину } j,$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^N x_{ij}^k = A_i \quad - A_i \text{ выездов из вершины } i.$$

A_i – число завозов груза в i – ю вершину.

Поскольку в этом случае распределение грузов конкретного получателя на несколько рейсов также являются оптимизируемыми величинами необходима прямая зависимость целевой функции от этого распределения. В связи с этим, как уже отмечалось, в качестве целевой функции выбран расход топлива.

Как известно [7] для бортовых автомобилей, автопоездов и фургонов нормируемое значение расхода топлива определяется по следующему соотношению:

$$Q_n = 0,01 * (H_{san} * S + H_w * W) * (1 + 0,01 * D), \quad (11)$$

где: Q_n - нормативный расход топлива, литры; S - пробег автомобиля или автопоезда, км; D - поправочный коэффициент (суммарная относительная надбавка или снижение) к норме в процентах, H_{san} - норма расхода топлива на пробег автомобиля или автопоезда в снаряженном состоянии без груза:

$$H_{san} = H_s + H_g * G_{np}, \text{ л/100км}, \quad (12)$$

H_s - базовая норма расхода топлива на пробег автомобиля (тягача) в снаряженном состоянии, л/100 км; H_g - норма расхода топлива на дополнительную массу прицепа или полуприцепа, л/100 т.км; G_{np} - собственная масса прицепа или полуприцепа, т; H_w - норма расхода топлива на транспортную работу, л/100 т.км, W - объем транспортной работы, т. км:

$$W = G_{cp} * S_{cp}, \quad (13)$$

G_{cp} - масса груза, т; S_{cp} - пробег с грузом, км.

Как видно из (11), в состав расхода топлива входит составляющая, связанная с транспортной работой, которая определяется умножением массы перевезённого груза на расстояние перевозки.

Если маршрут является развозочным кольцевым, то масса перевозимого груза не является постоянной величиной, его значение зависит от очерёдности прохождения промежуточных пунктов. В данной работе расход топлива принят пропорциональным средней загрузке автомобиля на маршруте. С учётом этого целевая функция будет определяться соотношением:

$$Q_n = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N x_{ij} * l_{ij} * (H_c + G_{cp} * H_g) \rightarrow \min, \quad (14)$$

где x_{ij} – логические переменные равные 1 при включении дуги l_{ij} в маршрут и равные 0 в ином случае, G_{cp} – средний вес груза на маршруте.

В качестве примера произведен расчёт при следующих исходных величинах.

Матрица расстояний:

$$L = \begin{vmatrix} 0 & 25 & 15 & 73 & 46 \\ 53 & 0 & 24 & 36 & 75 \\ 32 & 72 & 0 & 88 & 24 \\ 11 & 35 & 29 & 0 & 38 \\ 22 & 63 & 34 & 16 & 0 \end{vmatrix}$$

Распределение груза по пунктам доставки

Номер пункта	1	2	3	4
Величина груза, т	1	3	10	2

Рассмотрен случай перевозки груза двумя автомобилями грузоподъемностью 8 и 12 тонн при коэффициенте использования грузоподъемности 0,8, то есть величина груза в пункт 4 превышает грузоподъемность автомобилей. В этом случае неизбежно пересечение маршрутов у получателей (что и означает делимость заказанной партии груза для некоторых из них).

В результате получено следующее распределение груза по маршрутам

Груз	Маршруты	
	1	2
0	0	0
1	0,0	1,0
3	3,0	0,0
10	1,4	8,6
2	2,0	0,0

- первый автомобиль проходит по маршруту 0 – 3 – 4 – 2 – 0, перевозя 6,4 т груза и расходуя 12,67л топлива,
- второй автомобиль проходит по маршруту 0 – 3 – 2 – 0, перевозя 9,6 т груза и расходуя 17,86 л топлива,
- суммарный расход топлива при принятых допущениях составляет 30,53 л.

Литература:

1. Берзин Е.А. Элементарные решения неэлементарных задач на графах: учеб. пособие. – Тверь: ТГТУ, 2005.
2. Бураков В.И., Колодин В.С. Основы коммерческой логистики. Учебное пособие. Иркутск, изд-во БГУЭП, 2003. - 432с.
3. Житков В.А., Ким К.В. Методы оперативного планирования грузовых автомобильных перевозок. - М.: Транспорт, 1984. - 218с.
4. Житков В.А. Планирование автомобильных перевозок грузов мелкими партиями. - М.: Транспорт, 1976. - 112с.
5. Колесников А.В., Кириков И.А., Листопад С.В., Румовская С.Б., Доманицкий А.А. Решение сложных задач коммивояжера методами функциональных гибридных функциональных систем / Под ред. А.В. Колесникова. – М.: ИПИ РАН, 2011. – 295с.
6. Малышев А.И. Экономика АТ. - М.: Транспорт, 1983. - 333с.
7. "Нормы расхода топлив и смазочных материалов на автомобильном транспорте" (Распоряжение Минтранса РФ от 14 марта 2008 г. N АМ-23-р).